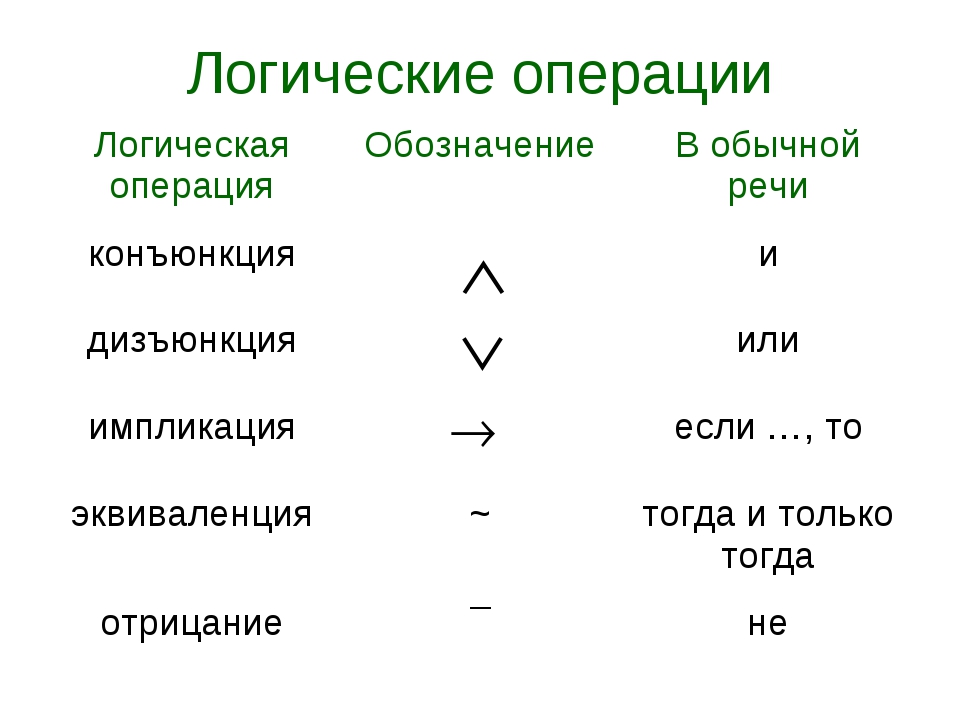
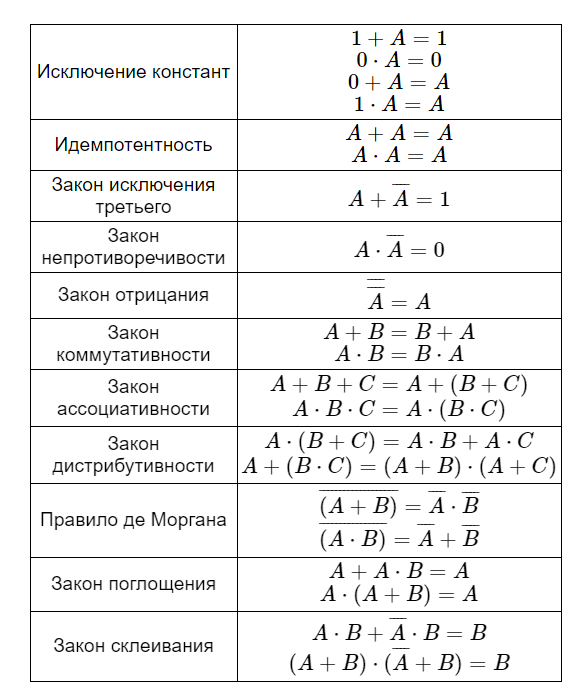
**Тип2: построение таблиц истинности**







**Законы алгебры логики**







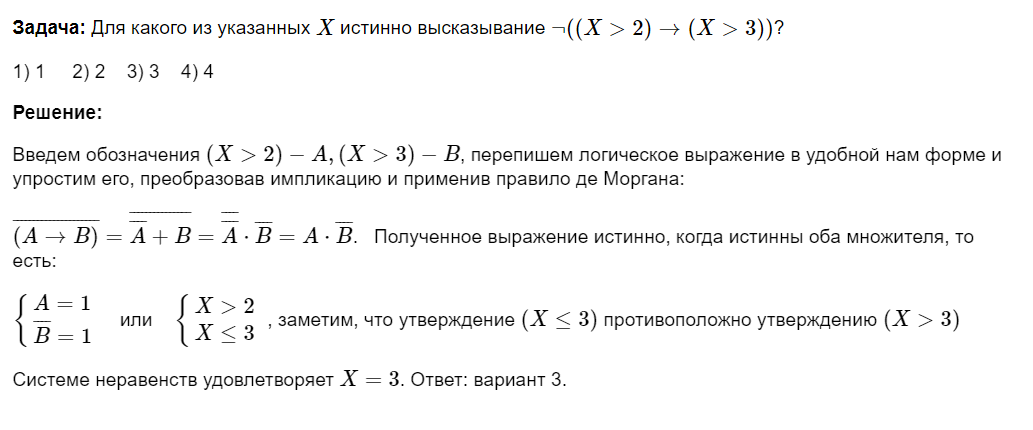
Законы алгебры можно доказать составив таблицу истинности.

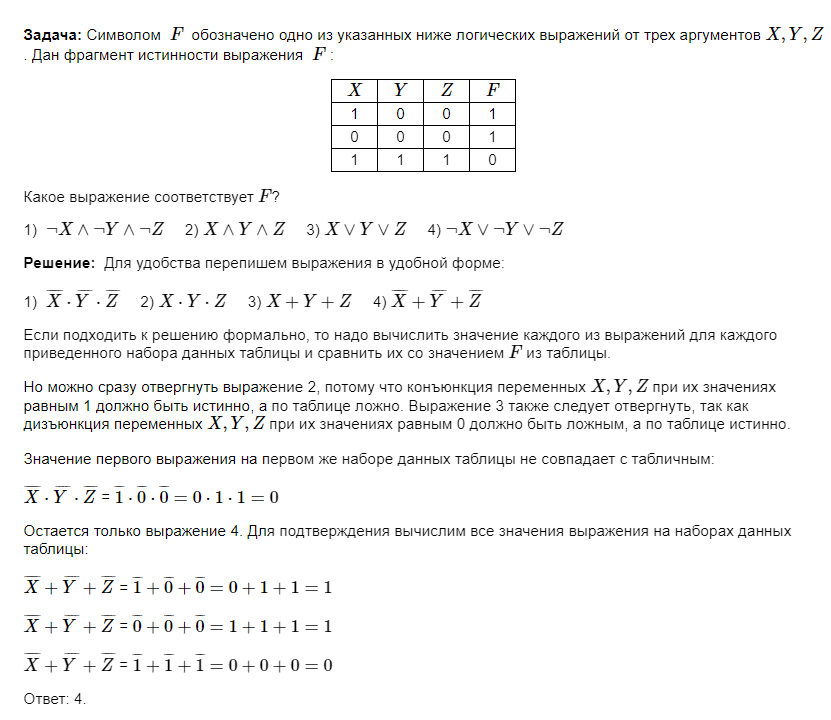
## Преобразование логических выражений

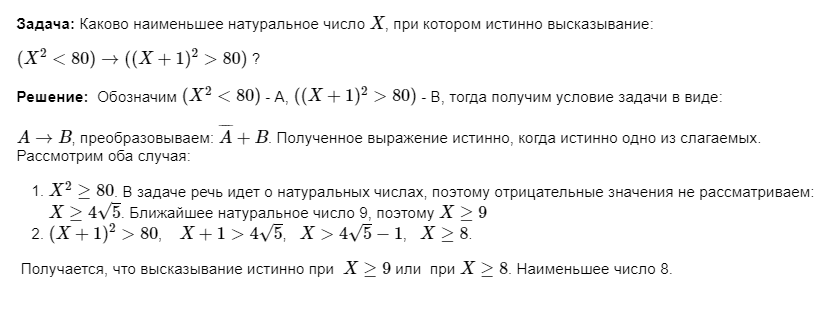
Упрощение логического выражение  - это преобразование с использованием законов алгебры логики, которое приводит к выражению с меньшим количеством операций логического сложения и умножения и без отрицания не элементарных формул.

**Рассмотрим несколько примеров:**

## 

****

****

****

# Алгебра логики. Задача 4-3

Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению (¬A ∧ B) ∨ (A ∧ B ∧ (A ∨ ¬B))

1) A ∧ B

2) ¬A

3)  B

4) A ∨ ¬B

Решение

Преобразуем выражение: (¯¯¯¯A⋅B)+(A⋅B⋅(A+¯¯¯¯B))(A¯⋅B)+(A⋅B⋅(A+B¯)) = ¯¯¯¯A⋅B+A⋅B⋅A+A⋅B⋅¯¯¯¯BA¯⋅B+A⋅B⋅A+A⋅B⋅B¯ = ¯¯¯¯A⋅B+A⋅B+0A¯⋅B+A⋅B+0 = ¯¯¯¯A⋅B+A⋅BA¯⋅B+A⋅B = BB

Полученное выражение соответствует третьему варианту ответа.

# Задача 4-7

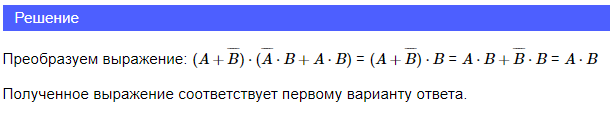
Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению (A ∨ ¬B) ∧ (¬A ∧ B ∨ A ∧ B)

1) A ∧ B

2) ¬A ∧ B

3) A ∨ ¬B

4) A ∨ B

****

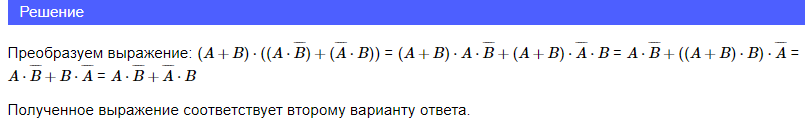
Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению (A ∨ B) ∧ ((A  ∧ ¬B) ∨ (¬A  ∧ B ))

1) ¬A ∧ B

2) A  ∧ ¬B ∨ ¬A  ∧ B

3) A ∨ ¬B

4) (¬A ∨ B)  ∧  (A ∨ ¬B)

****

**2.1. Монотонные функции**

Логическая функция *F* задаётся выражением:

(¬*x* ∧ *y* ∧ *z*) ∨ (¬*x* ∧ ¬*y* ∧ *z*) ∨ (¬*x* ∧ ¬*y* ∧ ¬*z*).

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции *F*, содержащий все наборы аргументов, при которых функция *F* истинна.

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции *F* соответствует каждая из переменных *x*, *y*, *z*.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Перем. 1** | **Перем. 2** | **Перем. 3** | **Функция** |
| ??? | ??? | ??? | *F* |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |

В ответе напишите буквы *x*, *y*, *z* в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу, затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

**Решение.**

Рассмотрим данное выражение. Оно равно единице в трех случаях: (¬*x* ∧ *y* ∧ *z*) = 1, (¬*x* ∧ ¬*y* ∧ *z*) = 1 или (¬*x* ∧ ¬*y* ∧ ¬*z*) = 1. Каждое из этих равенств выполняется только при одном наборе переменных. Первое: *x* = 0, *y* = 1, *z* = 1. Второе: *x* = 0, *y* = 0, *z* = 1. Третье: *x* =*y* =*z* = 0. Так, из второго значения функции видим, что переменная 1 — *z*. А из третьего, что переменная 2 — *x*, тогда переменная 3 — *y*.

Ответ: zxy.

Логическая функция F задаётся выражением

(x ∧ y ∧¬z) ∨ (x ∧ y ∧ z) ∨ (x ∧¬y ∧¬z).

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Перем. 1** | **Перем. 2** | **Перем. 3** | **Функция** |
| ??? | ??? | ??? | F |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

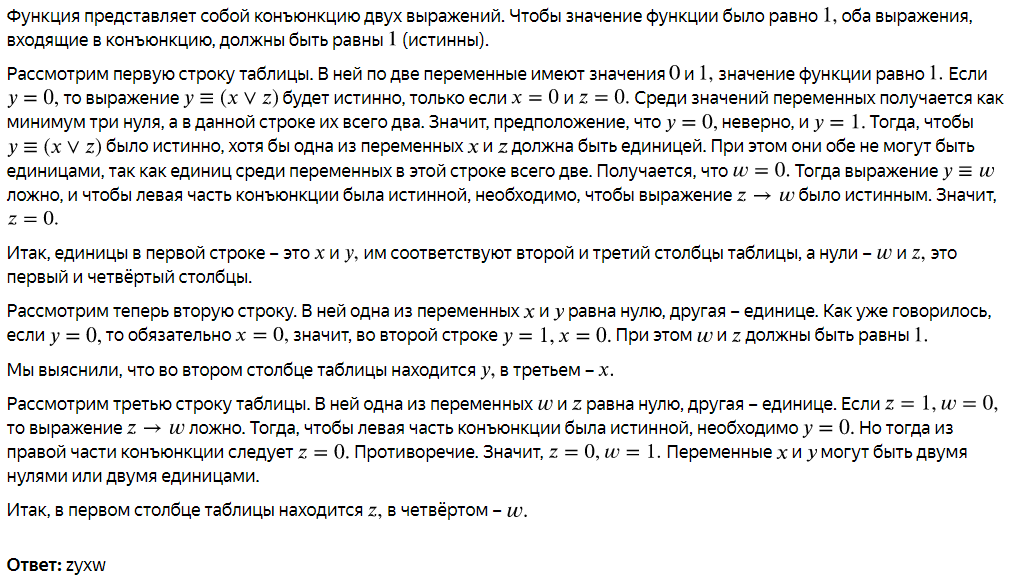
В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

**Решение.**

Рассмотрим данное выражение. Оно равно единице в трех случаях: (x ∧ y ∧¬z)= 1, (x ∧ y ∧ z) = 1 или (x ∧¬y ∧¬z) = 1. Каждое из этих равенств выполняется только при одном наборе переменных. Первое: *x* = 1, *y* = 1, *z* = 0. Второе: *x* = 1, *y* = 1, *z* = 1. Третье: *x* = 1, *y* = 0, *z* = 0. Так, из второго значения функции видим, что переменная 3 — *z*. А из первого, что переменная 2 — *x*, тогда переменная 1 — *y*.

Ответ: yxz.

****

****

**2.1. Строки с пропущенными значениями**

Логическая функция *F* задаётся выражением *(x ∨ y) → (z ≡ x)*.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции *F*.

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных *x*, *y*, *z*.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Переменная 1** | **Переменная 2** | **Переменная 3** | **Функция** |
| ??? | ??? | ??? | *F* |
|  | 0 | 0 | 0 |
|  | 0 |  | 0 |

В ответе напишите буквы *x*, *y*, *z* в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

**Решение.**

Данная импликация принимает значение 0 тогда и только тогда, когда

Пусть x = 0, тогда y = z = 1. В первой строке нет двух единиц, значит, x = 1, и эта переменная находится в первом столбце. Тогда первая строка имеет вид 1 0 0.

Вторая строка должна отличаться от первой, поэтому она имеет вид 1 0 1. Рассмотрим два варианта:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | y | z |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | z | y |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

Первый вариант не удовлетворяет системе (\*), а второй удовлетворяет.

Ответ: xzy.

Логическая функция *F* задаётся выражением (*x* ≡ *y* ) ∨ ((*y* ∨ *z*) → *x*).

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции *F*.

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных *x*, *y*, *z*.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Переменная 1** | **Переменная 2** | **Переменная 3** | **Функция** |
| ??? | ??? | ??? | *F* |
|  | 1 | 1 | 0 |
|  |  | 1 | 0 |

В ответе напишите буквы *x*, *y*, *z* в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

**Решение.**

Данная импликация принимает значение 0 тогда и только тогда, когда

Пусть . Исходя из системы (\*), , тогда . В первой строке нет нуля, значит, переменная *x* находится в первом столбце. Тогда первая строка имеет вид 0 1 1.

Вторая строка должна отличаться от первой, поэтому она имеет вид 0 0 1. Рассмотрим два варианта:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | y | z |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

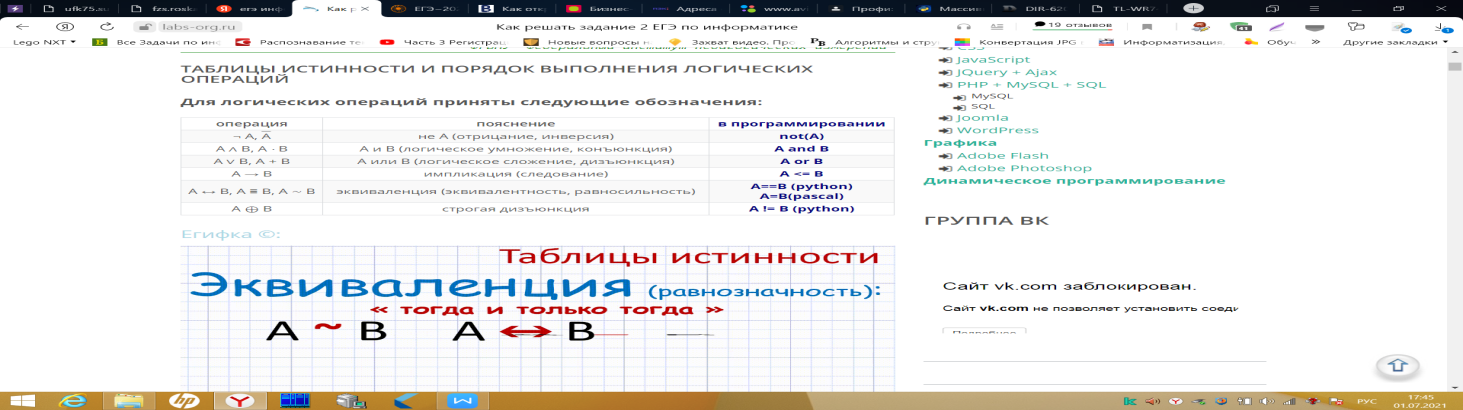
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | z | y |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

Первый вариант не удовлетворяет системе (\*), а второй удовлетворяет.

Ответ: xzy.

**НА PYTHON**

**Для логических операций приняты следующие обозначения:**



|  |
| --- |
| **print**('x y z w')**for** x **in** 0, 1:  **for** y **in** 0, 1:  **for** z **in** 0, 1:  **for** w **in** 0, 1:  F = (**not**(x) **or** y **or** z) **and** (x **or** **not**(z) **or** **not**(w))  **if** **not**(F):  **print**(x, y, z, w) |

* В результате будут выведены значения для F=0:

x y z w

0 0 1 1

0 1 1 1

1 0 0 0

1 0 0 1

**range()** можно представлять, как функцию, что возвращает последовательность чисел, регулируемую количеством переданных в неё аргументов. Их может быть 1, 2 или 3:

* range(finish);
* range(start, finish);
* range(start, finish, step).

Здесь start – это первый элемент последовательности (включительно), finish – последний (не включительно), а step – разность между следующим и предыдущим членами последовательности.

**print ('x y z y')**

**for x in 0,1:**

**for y in range(0,2):**

**for z in 0,1:**

**F = (not x and y and z) or (not x and not z);**

**if (F):**

**print(x, y, z)**